O PLATONISMO MULTIVALENTE DE NEWTON C. A. DA COSTA

Jonas Arenhart
Universidade Federal de Santa Catarina

Resumo: Nosso objetivo neste artigo é duplo. Primeiramente, desejamos expor uma versão de platonismo em filosofia da matemática defendida por Newton da Costa. A filosofia da matemática e da lógica de da Costa ainda é pouco conhecida, de modo que este artigo busca preencher parcialmente esta lacuna. Da Costa amplia o escopo do platonismo tradicional em filosofia da lógica e da matemática para todos os sistemas não-triviais, de modo a incorporar em seu realismo um pluralismo lógico e matemático. O resultado é chamado de realismo multivalente. Em segundo lugar, proporemos uma lista de problemas que a versão de platonismo aqui apresentada deverá enfrentar. Focamos em dificuldades específicas da versão multivalente de platonismo, evidenciando que se trata de concepção interessante e merecedora de mais estudos.
Palavras-chave: Platonismo, realismo, Newton da Costa, filosofia das ciências formais.

Abstract: Our goal in this paper is twofold. In the first place, we would like to present a version of Platonism in the philosophy of mathematics that is defended by Newton da Costa. The philosophy of logic and mathematics advanced by da Costa is still fairly unknown, so that this paper aims to fill this gap. Da Costa widens the scope of traditional Platonism in the philosophy of logic and mathematics in order to encompass under his approach all of the non-trivial systems, incorporating logical and mathematical pluralism into his realism. The resulting view is called multivalent realism. In the second place, we advance a list of challenges that multivalent Platonism will have to face. We focus on difficulties that are specific to the multivalent version of Platonism, emphasizing the fact that this is an interesting conception that deserves further study.
Keywords: Platonism, realism, Newton da Costa, philosophy of human science.

1. Introdução

O platonismo em filosofia da matemática é uma forma de realismo. Apesar de que a caracterização do realismo em filosofia da ciência e filosofia da matemática está longe de ser consensual (ver, por exemplo, a discussão em ROWBOTTOM, 2017), com um pouco de simplificação podemos tentar caracterizar o realista acerca de um determinado campo do conhecimento X está comprometido com as seguintes teses básicas:

> a) Ontologia: os objetos tratados por X existem independentemente de nós.
> b) Semântica: os enunciados acerca das entidades tratadas por X devem ser entendidos literalmente.

c) Epistemologia: podemos ter conhecimento dos objetos acerca dos quais X trata.

O platonismo acerca dos objetos matemáticos pode ser caracterizado como a afirmação de que os objetos matemáticos, além de existirem independentemente de nós, são abstratos. Basicamente, a existência independente está incorporada no item (a), enquanto que o fato de serem abstratos é uma decorrência do próprio campo de estudo, do fato de que os objetos matemáticos (pelo menos como tradicionalmente entendidos) não estão localizados no espaço-tempo. Claro, alguém que não aceita a existência de entidades abstratas rejeita também essa forma de platonismo.

Como um resultado dessa caracterização, quando se trata da matemática, podemos separar o item (a) em três subitens. De um ponto de vista ontológico, para os realistas os objetos matemáticos possuem:

a1) Existência
a2) Independência
a3) Caráter abstrato

Newton da Costa (2008, primeira edição de 1980) defende uma forma de platonismo como a abordagem mais adequada para dar conta *do atual estado de todas as ciências formais*. Como se trata de posição pouco conhecida, mas que certamente merece maior divulgação em nossos meios, aqui vamos apresentar a defesa que da Costa faz de uma forma de platonismo, chamada por ele de *platonismo multivalente*. Faremos isso buscando, sempre que possível e necessário, enquadrar nossa exposição no contexto de sua metodologia da investigação em filosofia, chamada por ele de *filosofia científica ou positiva*. Mostraremos que para defender seu realismo, da Costa faz uso de estratégias argumentativas típica dos realistas em filosofia da matemática. Selecionamos Gödel como um realista paradigmático para mostrar que estratégias similares estão na base de muito da argumentação de ambos os autores. Essa escolha também é interessante porque nos permite contrastar a abordagem de da Costa e de Gödel em determinados aspectos em que o realismo de cada um deles leva a conclusões bastante diferentes. Diferentemente de Gödel, como veremos em breve, da Costa leva completamente a sério a necessidade de se levar em conta o estado da arte da ciência atual, em particular a matemática e a lógica atual, reconhecendo que estas ciências encontram-se em um estado tal que há uma proliferação de teorias (de sistemas lógicos, e até mesmo de matemáticas), muitas vezes incompatíveis entre si. A aplicação consequente das estratégias argumentativas platônicas por da Costa, mais algumas contribuições originais suas, resultam na forma de platonismo que veremos, o platonismo multivalente.

O platonismo multivalente é importante de um ponto de vista histórico por ser uma das poucas exposições de uma forma de platonismo que busca dar conta da grande variedade de sistemas lógicos e matemáticos incompatíveis entre si, sem rejeitar nenhum deles. Além disso, a posição possui interesse histórico por ser o resultado das reflexões de da Costa acerca da liberdade do matemático na criação de sistemas formais, sendo a não-trivialidade sua única restrição. Por fim, o platonismo multivalente é uma doutrina interessante por si só, que merece ser avaliada no atual debate acerca do realismo em filosofia da matemática. Sendo assim, nos propomos a apresentar algumas das dificuldades específicas da posição, não como evidência de que não possui mais nenhum mérito, mas de que como programa de pesquisa, ainda carece de articulação mais cuidadosa.

Este artigo está estruturado da seguinte forma. Na seção 2 apresentamos o critério de compromisso ontológico empregado por da Costa para fundamentar sua forma de platonismo. Trata-se de uma generalização do conhecido critério de Quine, sem as restrições quineanas a sistemas de lógica elementar. Na seção 3 tratamos do problema do acesso às entidades abstratas. Aqui, da Costa emprega uma epistemologia típica do realista, apelando para uma forma específica de intuição, que também irá caracterizar em parte o conteúdo de seu realismo. Trata-se de intuição formal, de modo que seu realismo tratará de estruturas formais, não de conhecimento direto de objetos abstratos. Na seção 4 o pluralismo multivalente é apresentado como o resultado das teses expostas nas seções 2 e 3, além da necessidade de se fundamentar todo e qualquer sistema não-trivial de lógica. Por fim, na seção 5 apresentamos algumas das dificuldades que estão no caminho do desenvolvimento do platonismo multivalente. Privilegiamos a discussão de problemas que são específicos desta variante de platonismo.

2. Existência e o caráter abstrato das entidades matemáticas

Antes de prosseguirmos, algumas palavras são importantes acerca da forma de fazer filosofia advogada por da Costa. Trata-se da *filosofia científica* (ver a Introdução de [2008]). A filosofia científica, conforme entendida por da Costa, é basicamente uma posição acerca da metodologia para o exercício positivo ou científico da filosofia. Ela pode ser apresentada, de forma simplificada, como uma abordagem ao filosofar que evita a especulação e busca manter-se o mais próxima possível da ciência e da prática científica. Segundo os ditames da filosofia científica, o procedimento do filósofo é semelhante ao do cientista, sem tirar conclusões definitivas, procedendo sempre tentativamente, o que caracteriza uma forma de falibilismo. Para tanto, o filósofo pode fazer uso de basicamente quatro métodos: 1) análise conceitual (tanto informal como formal), 2) recurso às ciências especiais (por exemplo, para a investigação de conceitos específicos, como espaço, tempo, experiência), 3) a utilização de modelos hipotéticos e experiência de pensamento (algo similar ao modo de se proceder em física teórica, por exemplo, nas famosas experiências de pensamento de Einstein), 4) recurso à história da ciência, que nos permite verificar a mudança e evolução dos conceitos.

Dentre todos esses recursos, há um que, como veremos, da Costa emprega com mais frequência para defender sua forma de platonismo: é a máxima de não introduzir especulação desnecessária na ciência e de que o filósofo deve procurar dar sentido para a prática científica, não reformá-la ou ditar normas para a própria prática (uma abordagem que coloca a ciência, historicamente situada, em primeiro lugar). Nesse sentido, a ciência é um dado para o filósofo científico, que pode ser examinada criticamente, mas não deve ser julgada a partir de posições filosóficas assumidas de antemão.

Diante dessas recomendações, e em consonância com elas, da Costa primeiramente (2008, p. 212-213) reconhece que sua abordagem não é a única possível, e reconhece que não há argumentos definitivos *a favor* dela. Todavia, há, segundo ele considera, argumentos de peso para se preferir o platonismo multivalente às abordagens rivais, devido ao fato de que esta é a abordagem que aparenta ser a mais adequada para dar conta do *atual estágio* de desenvolvimento das ciências formais (essa conclusão, claro, também pode ser provisória, dependente do estado atual da ciência). Seu platonismo será uma consequência da tentativa de se dar sentido para a prática existente, já que é proibido ao filósofo científico promulgar normas que orientem os cientistas e acabem requerendo uma reformulação da prática atual.

Falaremos mais sobre a influência da metodologia científica na seção 4, quando examinarmos como o platonismo multivalente se insere na discussão tradicional acerca do realismo. Passamos agora a uma discussão da necessidade de se reconhecer um componente realista na prática matemática atual (e na matemática está envolvida, para da Costa, a lógica).

Há dois ingredientes básicos na defesa da necessidade de se reconhecer a existência de entidades abstratas quando se trata de matemática: o uso do critério de comprometimento ontológico ao estilo proposto originalmente por Quine e o recurso à prática científica como estabelecida em um dado período, uma das máximas do filósofo científico. Vejamos do que se trata cada um deles.

2.1. O critério de compromisso ontológico

Como se sabe, o critério de compromisso ontológico foi primeiramente proposto por Quine como uma espécie de teste para se determinar quais as entidades ou tipos de entidades com as quais determinado discurso ou teoria está comprometido (a exposição clássica é QUINE, 1961). Ele não serve para determinar o quê de fato existe, mas apenas quais as entidades que devem existir uma vez que supomos (assumimos, aceitamos) que determinada teoria seja verdadeira. O critério é bastante simples de se enunciar, apesar de que diferentes versões existem e que nem sempre são equivalentes entre si. Em termos de slogan, o critério é comumente enunciado como se segue:

> Ser é ser o valor de uma variável.

Isso significa que as entidades com as quais nos comprometemos são aquelas que devem existir para que nossos enunciados quantificados existencialmente sejam verdadeiros. Assim, se afirmamos verdadeiramente que 51 é um número primo, então podemos inferir verdadeiramente que existem números. Isso nos compromete existencialmente com números, que são entidades abstratas. Do mesmo modo, em teoria dos conjuntos, ao afirmarmos que existe um conjunto sem elementos, por exemplo, quantificamos sobre conjuntos, que também são entidades abstratas. Empregar estas teorias, assumir que são verdadeiras, e ao mesmo tempo negar o compromisso ontológico, seria desonesto, a menos que se tenha alguma estratégia para eliminar a quantificação existencial nestes casos através de algum tipo de paráfrase (algo que se afigura pouco provável segundo da Costa, como veremos).

Posteriormente, da Costa (2002, p.284) é explícito em seu desejo de ampliar o critério de Quine para que seja compatível com seu pluralismo lógico. O critério generalizado passa a ser formulado como se segue:

> Ser é ser o valor de uma variável em uma dada linguagem com uma lógica determinada.

Essa generalização supera limitações típicas da abordagem quineana, que adota apenas a lógica clássica de primeira ordem como legítima. Assim, mesmo teorias formuladas em linguagens de ordem superior, ou empregando lógicas distintas da clássica, poderão expressar seus compromissos ontológicos do mesmo modo, através do uso do quantificador existencial. Em breve examinaremos o impacto dessa ampliação do critério de compromisso ontológico para a versão de platonismo proposto por da Costa (e essa generalização para todos os sistemas formais, basicamente, é a razão para seu platonismo ser multivalente, como veremos). Além disso, esta formulação do critério será mais apropriada para se dar conta do fato de que existe uma pluralidade de sistemas lógicos distintos, incompatíveis entre si, algo que a prática matemática nos garante (e que, como vimos, deve ser levado em conta como um dado, para o filósofo científico).

Dado o critério de compromisso ontológico, o anti-platônico possui pelo menos duas opções: negar que este seja um bom critério para expressar nossos comprometimentos ontológicos, ou então reconstruir a matemática nominalisticamente, de modo a evitar o comprometimento com entidades abstratas, ou seja, de modo a se garantir que teorias que empregam a matemática possam ser formuladas de modo que não se quantifique existencialmente sobre entidades abstratas.

O primeiro ponto não é discutido por da Costa (ver AZZOUNI, 1998) para uma tentativa de tirar o peso do compromisso ontológico do aparato da quantificação). Vamos nos focar, assim, na sua tentativa de afastar o nominalismo como um candidato viável para se tratar da matemática. Para tanto, da Costa argumenta que as tentativas de se reconstruir a matemática atual em bases nominalistas fracassa:

> sabe-se que a reestruturação nominalista da matemática clássica constitui tarefa até hoje não concretizada, a qual, segundo tudo indica, não é exequível. Mesmo em nível sintático, noções simples, como as de símbolo e de fórmula, por envolverem idealizações (um símbolo é essencialmente uma classe de inscrições similares; há potencialmente infinitas fórmulas, etc.) já nos comprometem com classes e relações. Não insistiremos sobre a questão, por nos parecer demasiado óbvia.
> [...]
> as ciências formais, no seu estado de desenvolvimento atual, envolvem-nos em uma ontologia que engloba entidades abstratas. Ou seja: não há reconstrução nominalista da matemática e da lógica; qualquer intento de eliminação de tais entidades conduz a mutilações profundas nas ciências formais. (DA COSTA, 2008, p. 213-214).

Aqui, o apelo à necessidade de se empregar entidades abstratas pode ser utilizado mesmo contra aqueles que propõem uma mudança nos critérios de comprometimento ontológico. De fato, mudar a forma de compromisso ontológico não elimina o fato de que fazemos uso das entidades abstratas. Sem elas não é possível desenvolver a matemática e a lógica atual, nem mesmo as partes básicas de sua sintaxe. Empregar estas entidades e não as reconhecer seria, conforme da Costa (2008, p. 213), desonesto (o que poderia levar a uma forma de argumento da indispensabilidade).

2.2. A prática matemática

Adicionalmente ao fato de que nos comprometemos com entidades abstratas no desenvolvimento das ciências formais através do uso de um critério de compromisso ontológico, da Costa também defende a necessidade de nos comprometermos com as entidades abstratas através de um apelo à própria prática científica. De fato, a afirmação é a de que eliminar tais entidades resultaria em uma mutilação das ciências formais.

Esse apelo é resultado do uso do método de filosofia científica proposto por da Costa (novamente, ver a Introdução de [2008]). Basicamente, na filosofia científica devemos nos restringir apenas à própria prática científica, sem introdução de conceitos especulativos, como já mencionamos. Nesse sentido, o desejo de reformar a própria matemática em termos nominalistas, que não envolvam comprometimento com termos abstratos, resultando em uma amputação da ciência conforme atualmente praticada, deve ser visto como uma abordagem especulativa, não científica. Essa recomendação de se colocar a prática científica acima da especulação pode ser vista como uma forma de naturalismo, segundo a qual não há uma posição filosófica *a priori* regendo nosso julgamento da ciência. É apenas dentro da própria ciência que se critica e compreende a ciência. Assim, tentativas de se abordar nominalisticamente a matemática resultam em uma mutilação da matemática atual, o que, para ser aceito, exigiria uma transformação da matemática para que ela se adeque a princípios filosóficos aceitos de antemão. Isso é exatamente o que deve ser impedido pela filosofia científica.

Além disso, a filosofia científica requer que se tenha uma atitude científica, próxima da prática do cientista, o que significa que há critérios objetivos para se testar a validade ou não de determinados resultados (2008, p. 20). Como sabemos que a reconstrução da matemática com bases nominalistas não foi realizada de modo inequívoco, no momento ela deve ser considerada como tendo fracassado.

Esse argumento parece uma forma de argumento utilizada por Gödel a favor da existência de entidades matemáticas. Há uma semelhança na defesa da existência dessas entidades como sendo necessária para fundamentar o funcionamento da prática da matemática atual, em detrimento de formas alternativas que de algum modo restringiriam esta prática. A prática matemática é quem deve legislar sobre a análise filosófica, e não ao contrário. Gödel, tratando das tentativas de Russell de eliminar definições impredicativas da matemática, coloca a prioridade da matemática conforme praticada atualmente assim:

> É demonstrável que o formalismo da matemática clássica não satisfaz o princípio do círculo vicioso na sua primeira forma, uma vez que os axiomas implicam a existência de números reais que só são definíveis neste formalismo por referência a todos os números reais ...

> Eu consideraria isso mais como provando que o princípio do círculo vicioso é falso do que como provando que a matemática clássica é falsa … (GÖDEL, 1979a, p. 197).

Veremos que há mais semelhanças entre as estratégias argumentativas de Gödel e de da Costa em breve, quando tratarmos do apelo que ambos fazem a um tipo de intuição, apesar de haver um enorme abismo entre as versões resultantes de realismo acerca da matemática. De qualquer modo, como a prática matemática parece requerer entidades abstratas, uma abordagem que não dê conta de tal prática deve ser descartada em favor de outra que, mesmo ao custo de se postular entidades abstratas, dá conta da matemática atual. O filósofo científico não deve impor restrições oriundas de posições especulativas sobre a ciência, de modo que falhar em obter a matemática atual é considerada por da Costa uma *reductio* do nominalismo.

Certamente, da Costa não tratou de formas mais sofisticadas de nominalismo que se encontram atualmente na literatura, mas reconhece que sua posição acerca do debate não pode ser tomada como definitiva. É característico do filósofo científico sustentar que suas posições são aceitas apenas provisoriamente. Não discutiremos aqui se novas formas de nominalismo superam as críticas de da Costa (esse é assunto para outra ocasião), mas suporemos que sua filosofia científica motiva sua forma de realismo (para um panorama geral do nominalismo em filosofia da matemática, ver BUENO, 2014).

3. O problema epistemológico

Uma vez que se tenha argumentado pela tese de que as entidades matemáticas são abstratas e que existem de acordo com o critério de comprometimento ontológico generalizado, que na própria prática da matemática estamos comprometidos com a existência de entidades abstratas, a questão seguinte é determinar como se pode conhecê-las. De fato, sendo abstratas, não temos nenhum tipo de acesso a elas através de nossos sentidos, não entramos em relação causal com elas. Uma das saídas tradicionais do realista em matemática é apelar para alguma forma de intuição, alguma capacidade cognitiva que nos faculte o acesso aos objetos abstratos, mesmo que indiretamente.

Essa é a via escolhida por da Costa. Ele distingue dois tipos de intuição (2008, p. 215): material e formal. Vejamos.

> *Intuição material*: a intuição material seria uma faculdade que nos coloca em contato direto com os objetos intuídos. É o tipo de intuição do

platonismo tradicional, que contemplava a própria ideia do Bem, assim como as outras formas platônicas.

Intuição formal: a intuição formal seria uma faculdade que nos coloca em contato apenas com relações e propriedades, com determinada *estrutura conceitual*. Isso não garante de modo algum o conhecimento direto dos objetos que estão estruturados deste modo, apenas nos garante conhecimento da armação da rede conceitual.

Um argumento simples é avançado por da Costa para mostrar que a intuição material deve ser rejeitada no âmbito da matemática: basta se notar que não há resposta cientificamente aceitável para a questão acerca do que é o conjunto vazio (2008, p. 216). De fato,

> por mais que se pondere, constata-se que não há resposta possível e científica para essa questão. Ninguém possui conhecimento direto, intuição material, do conjunto vazio, nem de quaisquer outras entidades abstratas. (2008, p. 216).

Admitir uma forma de intuição material para dar conta do conhecimento matemático é uma forma de se cair na especulação, algo que o filósofo científico deve evitar. Assim, juntando-se ao problema de que aparentemente essa intuição não contribui efetivamente para o conhecimento das entidades matemáticas, temos uma advertência metodológica que nos impede de aceitar esse tipo de intuição. Caso adotemos a filosofia científica, devemos sempre proceder positivamente, sem ajuda da especulação.

Note-se que da Costa (2008, p. 215) atribui a Gödel um compromisso com esse tipo de intuição material. Na verdade, aparentemente Gödel (1979b) evita esse tipo de comprometimento com uma intuição material, ao afirmar que nosso conhecimento dos objetos da teoria dos conjuntos, por exemplo, é indireto, são antes de tudo os axiomas que se impõem a nós, não os próprios objetos. Isso pode ser visto, por exemplo, quando Gödel afirma acerca da intuição que "também temos qualquer coisa semelhante a uma percepção dos objetos da teoria dos conjuntos, como se deduz do fato de os axiomas se nos imporem como sendo verdadeiros" (GÖDEL, 1979b, p. 242). Ou seja, nosso contato com os objetos é *deduzido* a partir de nosso reconhecimento dos axiomas, de modo que é um tanto indireto. Explicitamente, ele se desvincula de uma forma de intuição material ao afirmar que "não é necessário conceber a intuição matemática como uma faculdade que fornece conhecimento *imediato* dos objetos" (1979b, p. 242, ênfase no original). Temos uma intuição de que os axiomas descrevem adequadamente a hierarquia cumulativa, mas não vemos diretamente os objetos. Em termos atuais, diríamos que Gödel está comprometido com uma "intuição de que" e não com uma "intuição de":

intuição *de que* os axiomas são verdadeiros, mas não necessariamente uma intuição *de* objetos descritos por eles. Assim não se trata de uma intuição material (pelo menos não obviamente; certamente há controvérsias na literatura especializada sobre Gödel, mas parece que a maioria dos especialistas hoje tente a acreditar que não precisamos comprometer Gödel com a leitura mais absurda; ver Hallett (2006) e as referências citadas ali).

Do mesmo modo, para da Costa (2008, p. 216) temos uma intuição que é apenas estrutural. Vemos, através dos axiomas, que um determinado objeto, como o conjunto vazio, possui determinadas propriedades e entra em certas relações:

> [E]xiste, seguramente, uma intuição intelectual formal; por seu intermédio vemos que se um objeto possuir determinadas propriedades e mantiver certas relações com outros objetos, ele possuirá outras propriedades interessantes. A axiomatização permite que a intuição formal impere, propiciando elementos para o pensamento discursivo, ou seja, para a aplicação de normas lógicas. (DA COSTA, 2008, p. 216).

Ou seja, podemos, na melhor das hipóteses, intuir uma estrutura que é uma espécie de rede entre conceitos da teoria, mas não temos intuição dos próprios objetos relacionados. Apesar da citação de da Costa dar a entender que a estrutura é percebida através das relações que valem entre *objetos,* que de algum modo parecem ter que ser dados de antemão, podemos descontar essa imprecisão na forma de se expressar e notar que a proposta de da Costa é muito similar à intuição proposta por Gödel. Como vimos, segundo Gödel temos uma compreensão intuitiva dos axiomas da teoria dos conjuntos, que se impõem a nós como verdadeiros. Curiosamente, o exemplo de da Costa também versa sobre a hierarquia conjuntista:

> Por exemplo, na teoria ZF tem-se a intuição do modelo subjacente da hierarquia de conjuntos – mas a intuição é formal, intui-se a estrutura, mas não o conteúdo, a matéria prima da hierarquia conjuntista (2008, p.216).

Essa intuição é bastante indireta, incompleta, como atestam os resultados de independência na teoria dos conjuntos. Novamente, essas observações estão completamente alinhadas com Gödel, que já observava que nossas intuições acerca da própria noção de conjunto precisam ser corrigidas diante dos paradoxos, e que os resultados de independência evidenciam que ainda não temos uma análise adequada da noção de conjunto (GÖDEL, 1979a, p. 214-216). A principal diferença, como veremos, é que para da Costa a hierarquia cumulativa conjuntista não define a única realidade abstrata possível, que regula a escolha dos axiomas e de eventuais axiomas adicionais; antes, ele irá proceder a uma inversão completa deste quadro, colocando os axiomas na base da própria existência da realidade subjacente. São os axiomas que determinam o que existe, não é uma realidade abstrata dada de antemão que determina a escolha dos axiomas.

É das interações entre intuição formal e linguagem que surgem a lógica e a matemática em nível abstrato. A partir da motivação fornecida pela intuição sensível e pelas ciências especiais, erigimos sistemas de axiomas abstratos. Por exemplo, a partir da mecânica quântica podemos erigir sistemas axiomáticos que buscam captar as regularidades descritas pela teoria, descrevendo características peculiares de seus objetos. Enquanto sistema abstrato, a axiomática resultante independe da experiência, e trata de um domínio abstrato (mais sobre isso em breve).

De fato, o método axiomático desempenha papel fundamental. Segundo da Costa, é apenas quando um ramo do conhecimento está axiomatizado que podemos determinar a sua lógica subjacente e quais as inferências são legítimas no sistema. É apenas depois da axiomatização que temos uma estruturação suficientemente clara dos conceitos envolvidos e suas inter-relações. O fato de que a intuição envolvida é formal e obtida a partir da axiomatização pode ser ilustrada através da axiomatização da geometria. Não faz sentido perguntar o que é um ponto ou uma reta, não temos acesso imediato a tais entidades (não temos uma intuição material delas). Todavia, uma vez que um sistema axiomático seja erigido para tais termos, como a axiomatização de Hilbert da geometria Euclideana, temos uma rede conceitual que organiza as relações e propriedades destes objetos. Por exemplo, podemos determinar que dados dois pontos, há uma reta tal que os dois pontos em questão estão sobre esta reta, ou que dada uma reta r e um ponto P fora dela, existe apenas uma reta r' paralela à reta r que passa por P. Temos acesso apenas à estrutura que o sistema formal está organizando, ao estipular como os diferentes conceitos se relacionam. Axiomas diferentes dariam origem a uma estrutura conceitual diferente, como no caso das geometrias não-euclideanas, por exemplo. De qualquer modo, a reta e o ponto escapam a uma caracterização independente da axiomatização na qual se enquadram, o que seria exigido caso tivéssemos uma intuição material desses objetos.

4. As entidades abstratas e o platonismo multivalente

O que se determinou até aqui (seguindo a exposição de da Costa) foi: o estado atual das ciências formais necessita do comprometimento com entidades abstratas. Não se pode dar conta da matemática e da lógica atuais sem entidades abstratas. Além disso, temos acesso a essas entidades não diretamente, mas através da axiomatização das teorias que as descrevem, através da armação estrutural que descreve relações e propriedades desses objetos. Há uma inter-relação entre intuição e formalização que nos permite contemplar a estrutura resultante segundo a axiomatização.

O ponto chave agora é: que tipo de entidades são as entidades abstratas com as quais nos comprometemos? Para responder a esta questão, da Costa discute o caso de sistemas de lógica puros e aplicados (2008, p. 217).

Aparentemente, poderíamos nos contentar em nos comprometer com os sistemas que possuem aplicação em domínios empíricos. Seus objetos seriam exatamente os objetos aos quais se aplicam. Assim, uma lógica para a mecânica quântica trataria dos objetos quânticos. Ela trata exatamente do domínio para o qual foi erigida. Uma lógica aplicada ao estudo de circuitos elétricos trataria de circuitos elétricos. Essa restrição a sistemas aplicados não nos comprometeria necessariamente apenas com uma única lógica, dado que diferentes sistemas incompatíveis podem ser empregados para se dar conta das ciências empíricas. De fato, da Costa (2008) constitui basicamente em um esforço para mostrar que lógicas alternativas são tão legítimas quanto a lógica clássica, e que em determinados contextos podem vir a substituir a lógica clássica. Assim, mesmo que nos restrinjamos apenas aos sistemas que possuem aplicação, já haveria uma forma de pluralismo lógico envolvido na descrição das diferentes situações de aplicação.

Todavia, não é isso que da Costa tem em mente. Para começar, poderíamos querer aplicar sistemas de lógica em domínios abstratos, como a própria utilização da lógica clássica na matemática clássica indica. Nesse caso, voltaríamos ao problema de determinar quais as entidades com as quais estamos tratando. E para complicar ainda mais a situação, existem infinitos sistemas que não possuem aplicação (empírica ou não) alguma. Mas como mesmo nesses casos também temos uma axiomatização resultante, e, diz da Costa,

> (...) o edifício assim construído é sólido... isto só pode indicar que por trás do edifício encontra-se um suporte: o mundo das entidades abstratas (2008, p. 216).

Ou seja, a menos que tenhamos cometido algum tipo de engano, os sistemas formais erigidos são objetivos, possuem uma arquitetura por trás que está sendo descrita objetivamente, de modo que deve existir objetivamente a armação conceitual descrita pelo sistema. Isso vale também para os sistemas formais puros:

> Assim, desde que há infinitos sistemas lógicos possíveis e apenas alguns dentre eles tem aplicação nos contextos racionais, e como a todos eles existem certo tipo de realidade subjacente, a conclusão que se impõe é a de que o realismo apropriado às ciências dedutivas é o platonismo. Trata-se claramente, de platonismo diferente do das tendências tradicionais. Pode haver Formas ou

> Ideias das quais não participa nenhum objeto real. Trata-se, portanto, de platonismo que se pode designar de *platonismo multivalente*... (2008, p. 217).

Ou seja, os sistemas formais das diversas disciplinas formais são construções que descrevem uma entidade abstrata subjacente, da qual temos apenas uma intuição formal indireta (conforme seção anterior). A existência destas entidades abstratas é necessária para se "justificar a *estabilidade*" (2008, p. 219) daquelas disciplinas, para justificar sua solidez e sua objetividade. Nesse sentido, o platonismo multivalente faz justiça às seguintes características do procedimento do matemático, conforme proposto por da Costa (2008, p. 214):

> 1) Os produtos da atividade matemática são objetivos. Ao fornecermos um sistema axiomático que descreve uma área do saber, temos que os objetos descritos assim possuem uma estrutura, "a qual não se pode modificar à vontade. Daí, ser razoável admitir-se algo existente por trás dos axiomas, isto é, da elaboração linguística" (2008, p. 214). Como isso pode ser aplicado aos mais diversos sistemas, inclusive àqueles que não encontram aplicação prática, temos que todos eles devem descrever uma realidade subjacente.
>
> 2) Os objetos matemáticos são objetivos, eles resistem às tentativas de se modificá-los arbitrariamente. "E isso só parece explicável ou justificável admitindo-se o realismo" (2008, p. 215) Novamente, como isso vale para todas as ciências formais, temos uma pluralidade de objetos abstratos, uma para cada sistema formal (ou possivelmente para cada tipo de sistema formal, com sistemas equivalentes dando origem à mesma realidade).

Note que os dois pontos são bastante similares. O argumento parece ser: a melhor explicação para a objetividade das ciências matemáticas é o fato de que há uma realidade sendo descrita por estes sistemas. Sendo real, esta realidade abstrata resiste às nossas tentativas de modificação arbitrária, requer, de certo modo, que nos esforcemos para dar um tratamento adequado a ela. É aqui que o platonismo de da Costa difere radicalmente do platonismo de Gödel. Assim como Gödel acreditava que a postulação de uma realidade subjacente ao sistema axiomático de ZFC (ou algum outro equivalente) deveria servir para dar conta da prática matemática, da Costa leva esta máxima ao extremo, aceitando que qualquer sistema de lógica ou matemática é tão legítimo quanto qualquer outro, de modo que também precisa descrever uma realidade para garantir sua estabilidade. Recordemos a posição de Gödel (1979a) p. 199-200:

> A mim parece-me que admitir a existência destes objetos é tão legítimo quanto admitir a existência dos corpos físicos e há tantas razões para acreditar na existência de uns como na existência dos outros. São necessários no mesmo sentido para obtermos um sistema satisfatório da matemática tal como os corpos físicos são necessários para uma teoria satisfatória da nossa percepção dos sentidos..."

Como vimos, da Costa segue de perto esta estratégia, mas, devido aos cânones da filosofia científica, não pode e não deseja ignorar a prática matemática atual. Diante do fato de que todos os sistemas formais são estudados e considerados como objetos de investigação pelos lógicos atuais, não devemos privilegiar apenas um sistema. Para Gödel, a hierarquia cumulativa de von Neumann deve ser admitida como real, e devemos buscar axiomas que a descrevam adequadamente. Para da Costa, apenas temos os objetos e sua estruturação quando os sistemas axiomáticos são dados. Há uma inversão das prioridades que libera seu platonismo para que seja empregado no caso de todos os sistemas de lógica disponíveis. Como ele coloca, "para nós, as entidades matemáticas são inferidas das sistematizações axiomáticas, e não ao revés;... não introduzimos *a priori* nenhuma restrição quanto às entidades admitidas" (2008, p. 219).

Em outras palavras, a prática matemática é quem guia seu platonismo, não ao contrário. Novamente, isso faz parte da adoção de uma forma de filosofia científica, que exige que não se coloquem restrições de fora da ciência na ciência. Esse pluralismo se coaduna perfeitamente com o critério de compromisso ontológico proposto por da Costa, sempre relativizado a uma linguagem e a um determinado sistema de lógica. Admitir que existe uma realidade independente que almejamos descrever colocaria a prática matemática em cheque: nesse caso, deveria haver um único sistema que captura adequadamente a suposta realidade, e os outros sistemas incompatíveis resultariam ilegítimos. Isso, seguindo-se os cânones da filosofia científica, resultaria em se colocar conceitos especulativos para orientar a prática matemática, algo que deve ser evitado.

Podemos dar ainda mais detalhes desta forma de platonismo se lembrarmos como da Costa relaciona lógica e ontologia. Há um vínculo entre os gêneros sintáticos de uma linguagem formal L e as categorias fundamentais da razão (2008, p. 51). Especificamente, em uma linguagem formal, os gêneros de termos, símbolos de predicados e de fórmulas atômicas correspondem às categorias de objeto, relação e fato, respectivamente (2008, p. 55). Essas categorias são empregadas pela razão para dar conta do entorno, não são obtidas pela experiência. Ora, como seu comportamento é totalmente caracterizado pela lógica subjacente a L, temos que a noção de objeto, propriedades e fatos dependem da lógica empregada. Assim, os diversos sistemas lógicos nos dão suas correspondentes versões desses conceitos, e armam a estrutura conceitual básica por trás deles. Como um exemplo específico dessa armação conceitual, da Costa (2002) apresenta uma teoria de conjuntos que permite a existência de conjuntos inconsistentes, como o conjunto de Russell. Com uma lógica paraconsistente como lógica subjacente, é possível que se tenha até mesmo objetos com propriedades contraditórias; ou seja, a lógica de certo modo baliza o comportamento da noção de objeto (e o mesmo se diz das noções de relação e fato).

Em resumo, o platonismo multivalente resulta da necessidade de se dar conta da objetividade da matemática: há uma prática objetiva, e essa objetividade, segundo da Costa, só pode ser explicada ao se aceitar que cada sistema está descrevendo uma realidade subjacente. Como não existe sistema privilegiado, não cabe ao filósofo julgar a ciência, de modo que cada sistema legitimamente descreve uma realidade.

Devemos distinguir o platonismo multivalente de da Costa inclusive do platonismo *full blooded* de Balaguer (1998). De acordo com Balaguer, devemos adotar uma forma de princípio da plenitude, segundo o qual qualquer objeto matemático que poderia existir de fato existe. Assim, uma axiomatização de ZF com a Hipótese do Contínuo (HC) como novo axioma descreve uma possível realidade, e a mesma ZF com uma das formas de negação da HC descreve outra realidade. Todas elas são igualmente reais. Note como isso é muito semelhante à abordagem de da Costa.

Todavia, Balaguer restringe seu platonismo a descrições consistentes. De fato, se uma teoria elementar clássica é consistente, pelo teorema de Henkin, ela possui um modelo, trata de uma classe de objetos. Assim, há pelo menos uma classe de objetos que corresponde à descrição da teoria. Isso nos explica como o conhecimento matemático pode ser obtido, já que sob essas condições sempre estamos tratando de algo existente, mas possui uma grave limitação, ao menos: deixa de fora toda uma classe de teorias inconsistentes. A solução de da Costa (que é anterior ao platonismo *full blooded*) coloca como única exigência a não trivialidade do sistema. Existência em matemática é garantida pela não-trivialidade. Essa exigência está em completo acordo com o fato de se levar a prática matemática a sério e tê-la como critério para o desenvolvimento de uma filosofia da matemática. Em outras palavras, da Costa leva ao pé da letra uma forma de princípio da plenitude que não encontra barreiras nem mesmo na inconsistência. Apenas a não-trivialidade deve ser evitada, e esta, não é uma restrição arbitrária, mas sancionada pela prática atual.

Assim, a abordagem do platonismo multivalente supera a abordagem *full blooded* em seu escopo e sua plenitude. Devemos notar uma estratégia argumentativa semelhante a ambas: a adoção do postulacionismo. Qualquer sistema de postulados define o significado de seus termos. Satisfazendo condições extras (consistência para o platonismo *full blooded*, não trivialidade para o multivalente), também temos que a estrutura conceitual assim descrita deve ser real.

5. Desafios ao platonismo multivalente

O platonismo multivalente enfrenta alguns desafios que lhe são específicos na forma como da Costa o formula. Vamos listar alguns.

a) *Relação entre objetividade e a necessidade de se postular uma realidade abstrata subjazendo o discurso objetivo*. Como vimos, o platonismo foi introduzido para se dar conta do caráter objetivo da matemática, entre outras coisas. Todavia, parece que a existência das entidades descritas como condição de objetividade do discurso que as descreve é muito mais do que o necessário para se garantir o que se deseja, ou seja, a objetividade pode (e em alguns casos até deve) ser obtida sem a necessidade de se postular entidades por trás do discurso em questão. Se a existência das entidades das quais se fala objetivamente fosse uma condição fundamental para este tipo de discurso, não poderíamos falar com sentido e objetivamente de entidades que não existem, mas que são descritas por teorias (como foi o caso do flogisto, do calórico, entre outros, e de teorias físicas falsas, mas ainda utilizadas atualmente, como a mecânica newtoniana), o que aparentemente fazemos com muito sentido. Além disso, se todo discurso objetivo requer a existência de entidades por trás, garantindo a objetividade, seria difícil de distinguir ficção de realidade. Note que mesmo entidades ficcionais possuem características objetivas. Por exemplo, Sherlock Holmes, o Papai Noel, entre outros, possuem determinadas propriedades que são reconhecidas por todos. O discurso objetivo acerca destas entidades, seguindo as normas do platonismo multivalente, iria requerer que se tenha a correspondente realidade para se fundamentar a objetividade. Ora, é exatamente a falta de tal realidade que faz da história de ficção uma ficção. Assim, perderíamos uma distinção importante se o platonismo multivalente fosse aplicado de modo geral. O vínculo entre objetividade e existência é demasiado forte.

b) *O platonismo multivalente herda algumas das dificuldades do postulacionismo*. Aparentemente, o postulacionismo é uma abordagem que contraria a prática matemática. De fato, não selecionamos axiomas arbitrariamente para erigir uma teoria matemática, como a teoria de conjuntos, por exemplo. Somos guiados por considerações informais acerca do que seja um conjunto e elegemos axiomas que buscam, da melhor forma possível, descrever o estado de coisas que conhecemos apenas informalmente. Um exemplo claro é dado pela teoria de conjuntos, novamente. Não é o caso que qualquer coleção de axiomas que pode ser escolhida para se formular uma teoria de conjuntos. Afinal de contas, queremos uma teoria *de conjuntos*, e algumas ideias basilares colocam limites acerca do que pode ser dito com sentido acerca dos conjuntos (mesmo levando-se em conta que a noção informal de conjunto pode ser tornada precisa de diferentes maneiras). Isso parece contrariar o platonismo multivalente no sentido de que algumas teorias axiomáticas poderiam ser descartadas como fracassando em descrever adequadamente uma realidade (vide a discussão mais ampla envolvendo o conectivo *tonk* de Prior). Todavia, isso não pode ser dito com sentido se adotamos o platonismo multivalente e o postulacionismo que lhe é subjacente. De fato, toda teoria não trivial tem sucesso em descrever uma realidade abstrata, por simples *fiat*.

c) *O platonismo multivalente colapsa as noções de possibilidade ontológica e possibilidade lógica*. Tudo o que é logicamente possível existe (e certamente, tudo o que existe deve ser logicamente possível). Essa consequência decorre do fato de que a logicidade já não encontra limites, a não ser a não-trivialidade, e todos os sistemas de lógica correspondem a algo real. Mas adotar essa posição parece contrariar a ideia de que há entidades que são logicamente possíveis, mas que não existem. O "senso robusto de realidade", exigido por Russell, por exemplo, mesmo na lógica e na matemática, parece se perder, dado que a noção de realidade se amplia de modo a abarcar todos os sistemas não-triviais.

d) *Há um problema para se conferir sentido para as disputas ontológicas*. Como a existência sempre é relativa ao sistema de lógica utilizado, não faria sentido perguntar pela existência de alguma entidade, mas sim se determinada entidade *existe de acordo com determinado sistema*. A questão, por exemplo, acerca da existência de entidades contraditórias, cardinais inacessíveis, infinitesimais, entre outros, não pode ser respondida com um "sim" ou "não" (seguido das respectivas razões e argumentos a favor ou contra), mas sempre com um "depende" (depende do sistema que se está utilizando). Aparentemente, esperamos que nossos sistemas de descrição se adequem à realidade, não que criem a realidade. Desse modo, o platonismo multivalente tornaria sem sentido a maior parte do debate atual em filosofia da matemática.

e) *O problema da existência independente*. Considere a estrutura subjacente aos axiomas de ZFC (Zermelo-Fraenkel com o axioma da escolha), que segundo o platonismo multivalente deve existir. Essa realidade determina o valor de verdade da hipótese do contínuo? Como ela depende dos axiomas de ZFC, a resposta parece ser "não". Nesse caso, a realidade descrita seria incompleta. Mas a alegada vantagem de posições platônicas seria a de que nos permitem relegar este tipo de problema à epistemologia, não à metafísica. O platonismo multivalente, ao fazer a realidade depender da descrição, parece permitir a existência de realidades ontologicamente incompletas ou inacabadas, transformando problemas epistemológicos em problemas metafísicos. Perdemos a independência da realidade de nossa descrição da realidade. Novamente, assim como no ponto d), anterior, a existência independente, um dos pontos chave do platonismo, parece estar perdida, e com ela, todas as vantagens que se esperava obter do platonismo.

f) *Problemas com a estrutura subjacente*. Uma das dificuldades em se defender que qualquer sistema axiomático determina uma estrutura subjacente diz respeito ao cardinal da estrutura, ou seja, a quantos objetos a armação conceitual da estrutura vai relacionar. Isso parece ser algo que deve ser determinado de algum modo, se queremos sustentar que há uma realidade objetiva subjacente a um determinado sistema axiomático (problema análogo para versões de realismo estrutural em física pode ser visto em JANTZEN, 2011). O problema é que são raros os sistemas axiomáticos categóricos, ou, em outras palavras, a maioria das teorias possui modelos não-isomórficos entre si. Isso ocorre mesmo para modelos abstratos, que não estão relacionados com alguma aplicação empírica. A questão é: todos estes modelos devem ser entendidos como realidades subjacentes ao sistema? Ou apenas um deles? Fica difícil determinar de forma não-arbitrária a natureza da realidade subjacente a um determinado sistema, e com isso, fica difícil de ver como o platonismo multivalente pode ter alguma vantagem sobre outras formas de realismo, e não ser alvo de uma multiplicação desordenada de entidades.

Com isso encerramos nossa lista de problemas para o platonismo multivalente. Certamente, seria possível buscar uma articulação do platonismo multivalente que supere estas dificuldades, mas isso ainda não foi tentado. Para além dessa lista de problemas, deve-se notar que o platonismo multivalente é uma das poucas tentativas conhecidas de se sustentar uma posição realista em filosofia da matemática e ao mesmo tempo tentar garantir uma forma genuína de pluralismo matemático, que abarque a pluralidade de sistemas disponíveis atualmente. Os méritos da concepção são muitos, como esperamos tenha ficado claro em nossa exposição, mas, como acontece com toda posição filosófica interessante, seu amplo escopo a torna alvo de diversas dificuldades severas.

Referências

AZZOUNI, J. "On 'On what there is'". In: *Pacific philosophical quarterly* 79(1), 1998, p.1-18.

BALAGUER, M. *Platonism and anti-platonism in mathematics*. Oxford: Oxford Un. Press, 1998.

BUENO, O. "Nominalism in the philosophy of mathematics". In: E. Zalta (ed.) *Stanford Encyclopedia of Philosophy* (Spring 2014 edition). Disponível em: <https://plato.stanford.edu/archives/spr2014/entries/nominalism-mathematics/>

DA COSTA, N. C. A. *Ensaio sobre os fundamentos da lógica.* (3ª ed.). São Paulo: Hucitec/EdUSP, 2008[1980].

______. "Logic and ontology". In: *Principia: an international journal of epistemology* 6(2), 2002, p. 279-298.

GÖDEL, K. "A lógica matemática de Russell". In: K. Gödel. *O teorema de Gödel e a hipótese do contínuo*. Lisboa: Fundação Calouste Gulbenkian, 1979a., p.183-216.

______. "O que é o problema do contínuo de Cantor?". In: K. Göde. *O teorema de Gödel e a hipótese do contínuo*. Fundação Calouste Gulbenkian, p. 217-244, 1979b.

HALLETT, M. "Gödel, realism, and mathematical 'intuition'". In: Emily Carson and Renate Huber (eds.). *Intuition and the axiomatic method*. p.113-131, Springer, 2006.

JANTZEN, B. C. "No two entities without identity". In: *Synthese* 181(3), 2011, p. 433-450.

QUINE, W. V. O. On what there is. *From a Logical Point of View*. 2nd ed. revised, New York: Harper and Row, 1961.

ROWBOTTOM, D. "Scientific realism: what it is, the contemporary debate, and new directions". 2017. A ser publicado em *Synthese*. DOI: 10.1007/s11229-017-1484-y.

E-mail: jonas.becker2@gmail.com

Recebido: Abril/2018
Aprovado: Abril/2019