DESCARTES E O MÉTODO FILOSÓFICO APLICADO À MATEMÁTICA

Matheus Gomes Reis Pinto

Resumo: Discuto neste trabalho o furor científico que surgiu na Idade Média que impulsionou René Descartes a instituir uma nova concepção de filosofia e matemática. Pretendo mostrar que as teses cartesianas, tanto filosóficas quanto matemáticas, estão intimamente ligadas por um método comum, e procuro apontar evidências em suas obras a fim de justificar essa metodologia compartilhada. Para tanto, figuram-se como fios condutores deste artigo as obras cartesianas *Discurso do Método* e *A Geometria*.

Palavras-chave: Descartes; Filosofia da Matemática; Método.

Abstract: I discuss in this work the scientific furor that emerged in the Middle Ages that drove René Descartes to introduce a new conception of philosophy and mathematics. I intend to show that both Cartesian thesis, the philosophical and the mathematical, are intimately linked by a common method, and I will try to point out evidences on his works to justify this shared methodology. Therefore, as central thread of this paper, the Cartesian works *Discourse on Method* and the *Geometry* are listed.

Keywords: Descartes; Philosophy of Mathematics; Method.

Introdução

Dos grandes pensadores que surgiram no decorrer da história, René Descartes (1596 – 1650) marcou época por ser o ilustre pensador e matemático que quebrou o pensamento filosófico que desde muito estava estagnado por debaixo dos panos medievais e, além disso, restabeleceu-o de maneira instigante e revolucionária na Idade Moderna, com foco em questões epistemológicas (principalmente, sua crítica radical à teoria do conhecimento). A matemática, por andar de mãos dadas com a história e a filosofia, também percorreu a Idade Média sem mudanças substanciais desde, possivelmente, Euclides[1] - um dos mais importantes matemáticos gregos cujo legado ao pensamento científico foi a sua geometria[2]. A geometria euclidiana serviu de base aos estudos matemáticos

[1] Arquimedes e Apolônio também estão entre os matemáticos gregos de destaque.

[2] Leia-se: *Os Elementos.*

até o século XIX, caracterizada pelo uso de axiomas e postulados que desempenhavam o papel de linguagem construtiva[3]. Descartes, além da filosofia, também revolucionou o estudo das ciências matemáticas[4] ao propor a algebrização da geometria. Para ele, as duas áreas de estudo, matemática e filosofia, estavam intimamente ligadas, tanto o é que o seu método filosófico expresso na obra *Regulae ad Directionem Ingenii* (1628), no *Discours de la méthode* (1637) e nas *Meditationes de Prima Philosophia* (1641) pode ser apontado com facilidade em suas obras de cunho matemático, como é o caso na *La Géométrie* (1637).

O escopo do presente trabalho visa: (1) analisar o pano de fundo histórico no qual Descartes se encontrava, a saber, em meio a uma revolução matemática e científica no início da modernidade; (2) o modo com o qual ele concebia a sua filosofia e o seu método, para em seguida; (3) assimilar de que forma ambas se relacionam eclodindo em uma pretensa ciência universal cartesiana; e, por fim, (4) analisar um dos tratados matemáticos cartesianos, *A Geometria*, a fim de identificar o possível tratamento filosófico aplicado a ela. Tal proposta associativa de análise se faz relevante no sentido de que o próprio Descartes concebia a matemática e a filosofia em suas obras de maneira conjunta, usando exemplos de uma para explicar conceitos da outra, e vice-versa; sendo esse procedimento de análise pertinente também para uma melhor compreensão da filosofia da matemática moderna.

1. Revolução matemática do século XVII

Durante o período medieval europeu não houve um desenvolvimento técnico e científico expressivo, e sim o domínio das religiões e o conflito entre igrejas que instituíram o seu dogmatismo em diversas áreas do conhecimento assegurando, assim, uma relevante parte da cultura europeia da época. Durante a maior parte da Idade Medieval Europeia, o escasso interesse pela natureza restringiu muito o desenvolvimento das matemáticas. Contudo, foi nesse período que as ciências exatas floresceram entre os árabes e os hindus com a **notação algébrica**, que no princípio era apenas uma forma abreviada da linguagem discursiva usual, mas que acabou por dar origem a um sistema simbólico bastante flexível capaz de expressar em sinais os termos numéricos e as operações às quais as quantidades denotadas por esses termos estão

[3] "Construa um triângulo equilátero..." é um exemplo de linguagem construtiva em matemática.
[4] Há de se incluir na lista dos célebres matemáticos modernos do séc. XVII, Newton, com sua obra *Principia Mathematica* (1687).

submetidas. Os estudos filosóficos, de igual modo, não suscitaram questionamentos para além daqueles que desde a Grécia Antiga já eram abordados. Por conta disso, a Idade Média é corriqueiramente associada a um atraso ou a um andar lento no desenvolvimento das ciências, devido às práticas retrógradas que prevalecem neste tempo. Embora tal alcunha seja erroneamente concebida a essa época, a Idade Medieval foi um período de mudanças importantes que se tornaram substanciais para o que a partir daquele momento estava por vir; a título de exemplo, a criação das universidades e o esforço de alguns filósofos em sustentar que a racionalidade opera de modo independente da fé, possibilitando à ciência separar-se definitivamente da teologia e da filosofia. O que de fato suscita espanto ao estudar esse período da história é, com efeito, o desenvolvimento científico expansivo e acelerado que tomou conta da Europa a partir século XV, início da Idade Moderna, com o surgimento de ideias inovadoras e de pensadores ousados impulsionados pelo Renascimento, período intermediário entre a dominância da Igreja Católica e o cientificismo da Idade Moderna.

Posto o panorama histórico no qual se encontravam os pensadores do século XVII e o furor científico dessa época encorajado pela ideia de que o desenvolvimento técnico poderia melhorar a vida dos seres humanos, Descartes empenhou-se em buscar o que na época era atrativo e cobiçado: a intervenção do homem na natureza. A "revolução matemática" do século XVII e a convicção sobre o potencial da razão humana foram, portanto, o impulso necessário para alguns desses pensadores que almejavam aplicar a quantificação e a medida matemática como integrantes fundamentais da natureza. Estabeleceram uma nova compreensão de ciência, tornando mais estreita as relações da matemática com o mundo natural. Descartes, além de ocupar-se tanto com a matemática quanto com a filosofia, o fez com maestria, unindo as suas teorias matemáticas e seus conceitos filosóficos a uma ciência universal. A análise com a qual nos dedicaremos no presente trabalho é, portanto, a de como Descartes concebia o seu método filosófico aplicado à matemática, apontando e analisando as qualidades compartilhadas por ambas as ciências.

2. Critério de verdade e o argumento ontológico

Uma questão primordial com a qual Descartes conduz e sistematiza boa parte de sua filosofia concerne à veracidade das coisas, a aquisição de um conhecimento verdadeiro e a possibilidade de assegurar a verdade desse conhecimento[5]. O notório projeto metafísico, cujo aperfeiçoamento se deu nas *Meditações*, impõe questionamentos que duvidam exageradamente de tudo o que se afasta minimamente da clareza – a dúvida metodológica que o levou a propor o argumento *Cogito ergo sum*[6]. A única certeza que escapa desse ceticismo radical[7] é o fato que ao realizar qualquer representação da alma – um mero instante de razão, ao pensar, duvidar, enganar-se etc. – é possível provar a existência de quem o faz. No entanto, não há nada nesse argumento que garanta a verdade das outras coisas do mundo[8]. O argumento do *cogito*, embora satisfatório em oferecer uma certeza incontestável, é demasiadamente simplório para os propósitos seguintes de Descartes. Por conta disso, depois de estabelecida essa certeza inicial (a de que *se penso, existo*), Descartes se depara com a necessidade de esclarecer de que maneira o conhecimento das coisas se apresentam a nós e quais outras coisas podemos conhecer por certo como verdadeiras.

Estabelecido o ponto de partida, a investigação cartesiana agora busca observar de que modo é possível para o ser humano reconhecer as demais verdades apresentadas no mundo. O critério de verdade, segundo Descartes, é a percepção clara e distinta que encontramos em nossas mentes: nós temos uma percepção clara e distinta de algo se considerarmos tal percepção como indubitável, como no caso das propriedades da geometria e da aritmética, ou da essência divina. De acordo com a terceira meditação, as percepções claras e distintas são isentas de dúvidas, ou seja, são percepções que temos em nossas mentes e que não poderiam ser de outro modo[9]; e tal critério impulsiona tanto a formulação do argumento ontológico cartesiano, quanto o conhecimento dos entes matemáticos. Uma das formulações da clareza e distinção como critério de verdade encontra-se na citação abaixo:

> Sou uma coisa que pensa, isto é, que dúvida, que afirma, que nega, que conhece poucas coisas, que ignora muitas, que ama, que odeia, que quer, que também imagina e que sente. [...] E

[5] Outros questionamentos cartesianos de igual natureza são: como é que a mente humana adquirir conhecimento? Qual é a marca da verdade? Qual é a verdadeira natureza da realidade? Como são as nossas experiências relacionadas a nossos corpos e cérebros?

[6] O argumento do cogito e o método da dúvida hiperbólica (ou dúvida metódica) aparecem tanto nas *Meditações* como no *Discurso do Método*. De certa forma, as obras de Descartes se interligam e compartilha de conceitos gerais, cada qual abordado de uma maneira em cada obra.

[7] Embora Descartes não seja um cético no sentido usual, para a formulação do argumento do *cogito* se fez necessário o uso de um ceticismo *metodológico* – a dúvida hiperbólica.

[8] O *cogito* é, no entanto, na verdade "ponto de partida". Da certeza obtida do "penso, logo existo" é que se darão as outras verdades do mundo.

[9] Descartes, na primeira meditação, coloca em dúvida até mesmo a certeza dessas verdades ao introduzir a suposição de um "gênio maligno", um ente ontológico tal que introduzisse certezas errôneas em nossas mentes, nos enganando. Mas, Descartes afirma não ter razões para tal "deus enganador" e admite ter concebido essa ideia tão somente em favor da formulação do argumento do *cogito*.

> neste pouco que acabo de dizer, creio ter relatado tudo o que sei verdadeiramente, ou, pelo menos, tudo o que até aqui notei que sabia. Agora considerarei mais exata se talvez não se encontrem absolutamente em mim outros conhecimentos que não tenha ainda percebido. Estou certo de que sou uma coisa pensante; mas não saberei também, portanto, o que é requerido para me tornar certo de alguma coisa? Nesse primeiro conhecimento só se encontra uma clara e distinta percepção daquilo que conheço; a qual, na verdade, não seria suficiente para me assegurar de que é verdadeira se em algum momento pudesse acontecer que uma coisa que eu concebesse tão clara e distintamente se verificasse falsa. E, portanto, parece-me que já posso estabelecer como regra geral que **todas as coisas que concebemos mui clara e mui distintamente são todas verdadeiras**. (Meditações 3, §1-2) (grifo meu).

O argumento ontológico[10] de Descartes – argumentação filosófica que pretende provar a existência de Deus – sustenta-se na ideia de que tudo o que é claro e distinto é verdadeiro e essa ideia é correlacionada nas *Meditações* aos entes matemáticos. A argumentação ontológica de Descartes neste trabalho é mencionada tão somente em virtude de apresentar um caso paradigmático de certezas claras e distintas que não a dos objetos matemáticos. Sendo os entes matemáticos independentes de nossas mentes, ainda assim eles possuem propriedades intrínsecas e não dissociáveis a eles. As propriedades de um triângulo, por exemplo, de haver ângulos internos que somam 180 graus ou de que o maior ângulo está em face ao maior lado são propriedades essenciais aos triângulos, pois se não houvesse tais propriedades estaríamos falando de outra coisa que não deles. Ainda que jamais tenhamos visto um triângulo essas propriedades sempre dirão respeito a eles, sendo elas eternas e imutáveis. Assim sendo, as propriedades do triângulo quando analisadas clara e distintamente, são verificadas como sendo verdadeiras e pertencentes a eles. Do mesmo modo, conduz Descartes, somos capazes de alcançar o conhecimento da existência de Deus simplesmente percebendo que a existência está inclusa na ideia clara e distinta de um ser soberanamente perfeito, mas tal discussão ontológica afasta-se do escopo almejado.

3. Uma ciência universal

Uma vez estabelecido (e argumentado) que a matemática é uma ciência

[10] É importante ressaltar que o argumento ontológico de Descartes, assim como o de outros pensadores são argumentações filosóficas, e não teológica – isto é, não são baseadas nas escrituras religiosas ou em atos de fé e sim em premissas que resultam em conclusões lógicas.

cuja certeza de suas verdades apresenta-se dentro do indivíduo e é imune aos erros, Descartes agora tem uma base sólida para propor uma ciência matemática de caráter rigoroso, preciso e sistemático. O *Discurso do Método* propõe um modelo quase matemático para conduzir o pensamento humano em busca das verdades, colocando em dúvida toda a base de conhecimento herdado para produzir uma nova construção sólida, uma vez que a matemática tem por característica a certeza, com procedimentos corretos e ordenados isentos de dúvidas finais[11]. Mas, é na obra *Regras para a direção do espírito* que Descartes primeiro expõe e articula regras em busca de uma garantia do conhecimento com vistas à boa conduta do espírito. O método filosófico cartesiano a partir desse momento funda-se, portanto, no saber matemático e utiliza-se do seu rigor e capacidade em fornecer a ordem e a medida com a finalidade de atingir um saber seguro. A primeira regra da obra citada sugere que a finalidade de nossos estudos deva ser de tal modo a sempre emitir juízos sólidos e verdadeiros, e como tal, a melhor forma de alcançar esse propósito é considerando que todas as ciências em última instância estão conectadas entre si. Descartes defende que ao estudarmos as ciências separadas uma das outras, estaríamos nos distanciando do estudo sério das verdades, pois a sabedoria obtida das ciências particulares é relativamente mais propensa a fornecer resultados duvidosos.

Assim sendo, o método de busca de verdades infalíveis aplicado à matemática parece ter sido o tratamento que Descartes deu a todos os seus estudos, sejam eles filosóficos, matemáticos etc., de modo tal a conduzir um conhecimento imune a erros. Diversas são as passagens na obra cartesiana que enfatizam essa preocupação em proceder cautelosamente, a fim de evitar verdades equivocadas e na *Geometria*, – obra cartesiana essencialmente matemática –, fica evidente semelhante preocupação:

> Por isso, me contentarei aqui a vos advertir que, sempre ao resolver estas equações, não se deve esquecer de efetuar todas as divisões que sejam possíveis, e desse modo se obterá **infalivelmente** os termos mais simples aos quais o problema pode ser reduzido (Geometria, 374.14-19) (grifo meu)[12].

[11] As etapas propostas por Descartes no *Discurso do Método*: (1) jamais acolher alguma coisa como verdadeira que eu não conhecesse evidentemente como tal, e de nada incluir em meus juízos que não se apresentasse tão clara e tão distintamente a meu espírito, que eu não tivesse nenhuma ocasião de pô-lo em dúvida; (2) dividir cada uma das dificuldades que eu examinasse em tantas parcelas quantas possíveis e quantas necessárias fossem para melhor resolvê-las; (3) conduzir por ordem meus pensamentos, começando pelos objetos mais simples e mais fáceis de conhecer, para subir, pouco a pouco, como por degraus, até o conhecimento dos mais compostos, e supondo mesmo uma ordem entre os que não se precedem naturalmente uns aos outros, e; (4) fazer em toda parte enumerações tão completas e revisões tão gerais, que eu tivesse a certeza de nada omitir.

[12] Todas as referências à *Geometria* são da edição Cad. Hist. Fil. Ci., Campinas, Série 3, v. 19, n. 2, p.

Conforme a citação de uma das mais importantes obras matemáticas de Descartes fica compreensível a sua preocupação em estabelecer verdades infalíveis. A próxima sessão é, portanto, uma breve análise da *Geometria*, onde procuro evidenciar a precaução com as verdades claras e distintas, mas, além disso, apresentar o que parece ter sido um importante avanço à matemática – a algebrização da geometria.

4. *La Géométrie* e a algebrização da geometria

A Geometria, obra de Descartes que inicialmente fora publicada como apêndice do *Discurso do Método*, é onde se apresenta pela primeira vez a relação da álgebra com a geometria dessa forma. O resultado desse trabalho é de tal importância que certifica a Descartes o título de pai da geometria analítica[13]. Além de base para a geometria analítica, também, foi onde se originou o *sistema de coordenadas cartesianas* (ou plano cartesiano) e proporcionou o desenvolvimento do *cálculo*. Analiso, no entanto, somente no que tange a algebrização da geometria proposta por ele, por ser um caso paradigmático do método filosófico até o momento discutido.

A obra é dividida em três livros, cada qual caracterizado por um conteúdo: o primeiro trata *Dos problemas que podem ser construídos sem usar mais do que círculos e linhas retas*; o segundo *Da natureza das linhas curvas*; e o terceiro *Da construção dos problemas sólidos ou mais que sólidos*. Os dois últimos fogem do nosso propósito, sendo suficiente para a conclusão almejada somente a análise do primeiro livro. Descartes inicia *A Geometria* propondo a utilização das operações da aritmética aplicadas aos termos que segundo ele são necessários e os mais elementares para resolver os problemas da geometria. Descartes demonstra como são realizadas as operações aritméticas de adição, subtração, multiplicação, divisão e extração de raízes nas linhas retas e nos círculos da geometria, como é possível ver no primeiro parágrafo da obra:

> Como toda a Aritmética consiste apenas em quatro ou cinco operações, a saber, adição, subtração, multiplicação, divisão e a extração das raízes [...] não temerei introduzir esses termos da Aritmética na Geometria para me fazer compreender melhor. (Geometria, 369.8-370.14).

221-249, jul.-dez. 2009.

[13] Por outro lado, há quem atribua esse título a Pierre de Fermat (1601-1665), contemporâneo de Descartes.

O início da obra, portanto, demonstra como os cálculos da aritmética se relacionam com as operações da geometria, oferecendo nos parágrafos seguintes uma interpretação geométrica especialmente para as operações de multiplicação, divisão e extração de raiz[14]. Com uma base aritmética das linhas e círculos geométricos em mãos, Descartes passa a arquitetar o que é chamado de *algebrização da geometria*, demonstrando como é possível empregar letras ou símbolos – representando variáveis, incógnitas e constantes – nos cálculos geométricos[15]. Em outras palavras, Descartes possibilita a tradução de problemas da geometria em equações algébricas, não sendo mais necessário que linhas sejam escritas sobre o papel, uma vez que agora é suficiente nomeá-las com letras e atribuir valores[16]. Com cada linha devidamente associado a uma letra, seja ela conhecida ou não, Descartes sugere que os nomes e valores das linhas sejam anotados à parte, de modo que ao resolver um problema, tais nomes e valores sejam lembrados e facilmente utilizados na equação[17]. Concluído os passos preliminares, Descartes agora esclarece de que modo devemos preparar a resolução de um problema geométrico utilizando equações[18], para enfim dedicar-se a problemas mais complexos. E desse modo tem origem a *algebrização*

[14] *Geometria* [370.15-20] a [370.24-371.3].

[15] *Geometria* [371.14-15].

[16] "Muitas vezes não há necessidade de traçar essas linhas sobre o papel visto ser suficiente designá-las por certas letras, uma para cada linha. Assim, para somar a linha BD à GH, designo uma por a, outra por b e escrevo a + b; e a – b para subtrair b de a; e ab para multiplicar uma pela outra; e para dividir a por b; e aa ou a^2 para multiplicar a por si mesma; e a^3 para multiplicar outra vez por a, e assim ao infinito. 3 E para extrair a raiz quadrada de a^2+b^2; e para extrair a raiz cúbica de $a^3- b^3+abb$ e, assim de outras" *Geometria* [371.14-15].

[17] *Geometria* [372.3-9].

[18] "Assim, querendo se resolver algum problema, deve-se previamente considerá-lo como já realizado e dar nome a todas as linhas que parecem necessárias para o construir, tanto às que são desconhecidas quanto às outras. Então, sem fazer qualquer distinção entre as linhas conhecidas e as desconhecidas, deve-se examinar a dificuldade segundo a ordem que mostre, de modo mais natural, de que modo elas dependem mutuamente umas das outras até que se tenha encontrado a maneira de expressar uma mesma quantidade de dois modos, o que se denomina equação, pois os termos de um desses dois modos deve ser igual àquele do outro. E se deve encontrar tantas dessas equações quantas são supostas serem as linhas desconhecidas. Caso contrário, se não puderem ser encontradas, apesar de não se ter omitido nada daquilo que se deseja no problema, isso prova que ela [i.e, a equação] não está inteiramente determinado e, então, se pode escolher arbitrariamente as | linhas conhecidas para todas as desconhecidas às quais não correspondem nenhuma equação. Depois disso, se ainda houver muitas [linhas desconhecidas], torna-se necessário recorrer, por ordem, a cada uma das equações que restam, considerando-as isoladamente ou as comparando com outras para explicar cada uma das linhas desconhecidas e, assim, eliminando-as, fazer com que não reste senão uma, igual a alguma outra que seja conhecida, ou ainda, cujo quadrado, cubo, quadrado do quadrado, supersólido, quadrado do cubo, etc., seja igual ao que resulta da adição ou subtração de duas ou mais quantidades das quais uma seja conhecida e as outras estejam compostas de quaisquer médias proporcionais entre a unidade e esse quadrado ou cubo, ou quadrado do quadrado, etc., multiplicado por outras conhecidas" *Geometria* [372.10-373.27].

da geometria, cuja concepção oferece uma análise facilitada de cálculos geométricos pelo uso de uma simbólica nova, clara e manipulável, nos permitindo resolver problemas complexos com mais facilidade.

Considerações finais

A algebrização da geometria, processo pelo qual os segmentos dados são tratados como constantes, e os obtidos como incógnitas, permite relacioná-los por meio de identidades geométricas conhecidas dando origem a uma relação funcional entre essas constantes e incógnitas; em suma, efetuando uma equação. Basta, então, para resolver os problemas geométricos, resolver as equações algébricas – ou seja, isolar as incógnitas em termos das constantes – e depois construir os segmentos correspondentes às grandezas antes desconhecidas, mas agora dadas em razão das grandezas conhecidas. A álgebra cartesiana funcionava como uma espécie de atalho e a algebrização como um instrumento geométrico, e isso porque Descartes via em sua geometria uma aplicação paradigmática do seu método filosófico. A matemática era parte integrante da filosofia e servia como campo de testes para ideias e métodos filosóficos. Desse modo, e de acordo com o método exposto, sobretudo, nas *Regras para a direção do espírito*, no *Discurso do Método* e nas *Meditações*, é possível notar a evidente inclinação de Descartes em utilizar os seus métodos filosóficos tanto na matemática como em praticamente toda a sua produção intelectual.

Não sendo suficiente dizer que a matemática e a filosofia cartesiana compartilham qualidades entre si, como a clareza e a distinção das ideias, a justificativa para que essas ideias de fato pertençam a uma mesma ciência decorre do próprio suporte textual cartesiano e do conceito de ciência universal já visto. Sendo o primeiro as evidências textuais que demonstram o rigor sistemático das ideias cartesianas, e o segundo, o conceito de uma ciência única que rege todas as outras, torna-se concebível tal união de métodos filosóficos e matemáticos em Descartes.

Referências Bibliográficas:

DESCARTES. R. **Discurso do Método**. Tradução de Jaco Guinsburg e Bento Prado Jr. Edição Os Pensadores. São Paulo: Abril Cultural, 1979.

_______. **Meditações**. Edição Os Pensadores. São Paulo: Abril Cultural, 1983.

_______. **Regras para a direção do espírito**. Tradução de João Gama. Lisboa: Edições 70, 1985.

_______. **A Geometria - Primeiro livro**. Tradução de José Portugal dos Santos Ramos. Cad. Hist. Fil. Ci., Campinas, Série 3, v. 19, n. 2, p. 221-249, jul.-dez. 2009.

DOMSKI, M. **Descartes' Mathematics**. The Stanford Encyclopedia of Philosophy. Disponível em: http://plato.stanford.edu/archives/win2015/entries/descartes-mathematics/.

HATFIELD, G. **René Descartes**. The Stanford Encyclopedia of Philosophy. Disponível em: http://plato.stanford.edu/archives/sum2016/entries/descartes/.

ROQUE, T. **História da matemática: uma visão crítica, desfazendo mitos e lendas**. Rio de Janeiro: Editora Zahar, 2012.

SILVA, J. **Filosofias da matemática**. São Paulo: Editora UNESP, 2007.